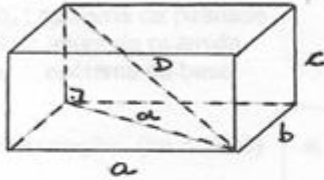




**FÓRMULÁRIO: Geometria Espacial**

Prof. Altair Portes de Almeida

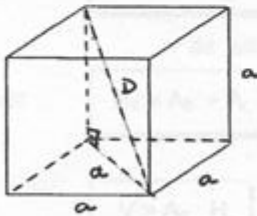
**PRISMAS : I - PARALELEPIPEDO**



$$d^2 = a^2 + b^2 \quad D^2 = d^2 + c^2 \quad A_B = a \cdot b$$

$$A_L = 2ac + 2bc \quad A_T = 2ab + 2bc + 2ac \quad V = a \cdot b \cdot c$$

**II - CUBO**



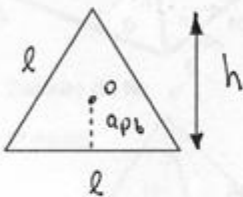
$$d = a\sqrt{2} \quad D = a\sqrt{3} \quad A_B = a^2$$

$$A_L = 4a^2 \quad A_T = 6a^2 \quad V = a^3$$

**III - PRISMAS REGULARES**

Cálculo de  $A_B$  (Área da base)

-> Triângulo Equilátero



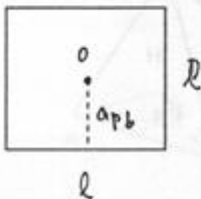
$$h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

$$A_B = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

• medida do apótema :

$$ap_b = \frac{l\sqrt{3}}{6}$$

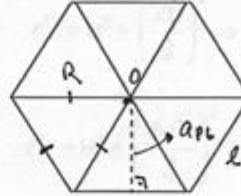
-> Quadrado >



$$A_B = l^2$$

Medida do apótema :  $ap_b = \frac{l}{2}$

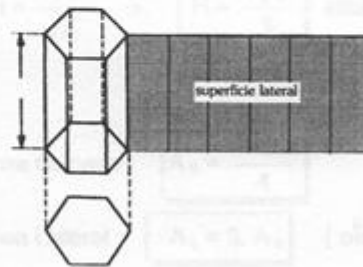
-> Hexágono Regular (pode ser decomposto em 6 triângulos equiláteros)



$$A_B = \frac{6 \cdot l \cdot h}{2}$$

$$A_B = 6 \cdot \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Medida do apótema  $ap_b = \frac{l\sqrt{3}}{2}$



medida da aresta da base

Área Lateral:  $A_L = n \cdot a_b \cdot H$  (Poliedro Regular)

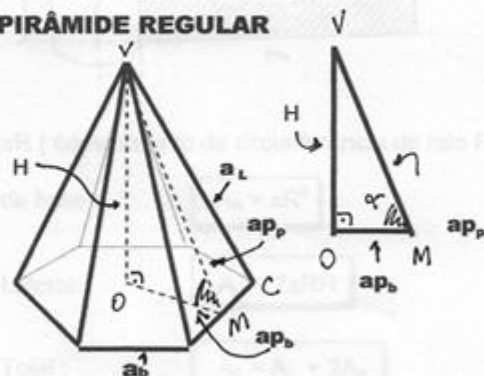
nº de lados da base

Área Total :  $A_T = 2A_B + A_L$

Volume :  $V = A_B \cdot H$

**PIRÂMIDES**

**I - PIRÂMIDE REGULAR**



$\alpha$  : ângulo que uma face lateral forma com o plano da base

Relação Fundamental :

$$(ap_p)^2 = H^2 + (ap_b)^2$$

$ap_p$  : apótema da pirâmide

$H$  : altura da pirâmide

$ap_b$  : apótema da base

outra relação: (no  $\Delta VMC$ )

$$a_L^2 = (ap_p)^2 + \left(\frac{a_b}{2}\right)^2$$

Área da base : veja prismas regulares

Área lateral :

$$A_L = n \cdot a_b \cdot ap_p$$

nº de lados da base

Área Total :

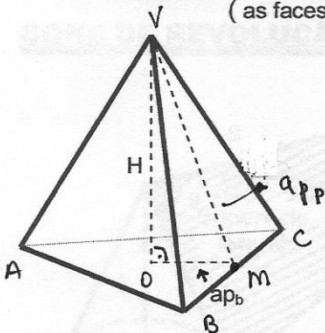
$$A_T = A_B + A_L$$

Volume :

$$V = \frac{A_B \cdot H}{3}$$

## II - TETRAEDRO REGULAR

( as faces são triângulos equiláteros )

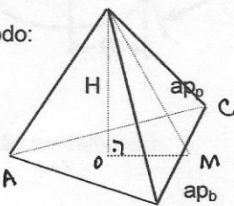


$$ap_b = \frac{l\sqrt{3}}{6}$$

$$ap_p = \frac{l\sqrt{3}}{2}$$

Cálculo de H:

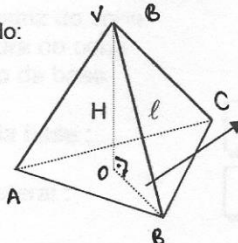
1º modo:



No  $\Delta VOM$

$$(ap_p)^2 = H^2 + (ap_b)^2$$

2º modo:



No  $\Delta VHB$

$$\frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{3}$$

No  $\Delta VOB$ :

$$l^2 = H^2 + \left(\frac{2h}{3}\right)^2 \Rightarrow l^2 = H^2 + \left(2 \frac{l\sqrt{3}}{6}\right)^2 \Rightarrow$$

$$l^2 = H^2 + \left(\frac{l\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow H^2 = l^2 - \left(\frac{l^2 3}{9}\right) \Rightarrow$$

$$H^2 = l^2 - \frac{l^2}{3} \Rightarrow H^2 = \frac{2l^2}{3} \Rightarrow H = \sqrt{\frac{2l^2}{3}} \Rightarrow$$

$$H = \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow H = \frac{l\sqrt{6}}{3}$$

altura do TETRAEDRO REGULAR

Área da base :

$$A_B = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

Área Lateral :

$$A_L = 3 \cdot A_B$$

( ou  $A_L = 3 \cdot \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$  )

Área Total :

$$A_T = 4 \cdot A_B$$

( ou  $A_T = l^2\sqrt{3}$  )

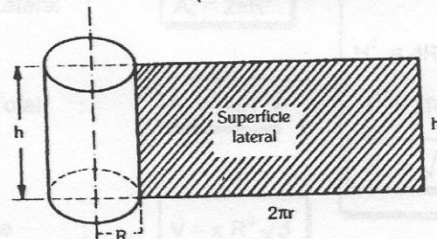
Volume :

$$V = \frac{A_B \cdot H}{3}$$

( ou  $V = \frac{l^3\sqrt{2}}{12}$  )

## CILINDRO DE REVOLUÇÃO

(ou cilindro circular reto)



$C = 2\pi R$  ( comprimento da circunferência de raio R)

Área da base :

$$A_B = \pi R^2$$

Área Lateral :

$$A_L = 2\pi RH$$

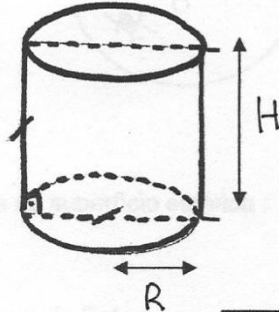
Área Total :

$$A_T = A_L + 2A_B$$

Volume :

$$V = A_B \cdot H$$

### - CILINDRO EQÜILÁTERO ( H = 2R )



Área da base :

$$A_B = \pi R^2$$

Área Lateral :

$$A_L = 4\pi R^2$$

Área Total :

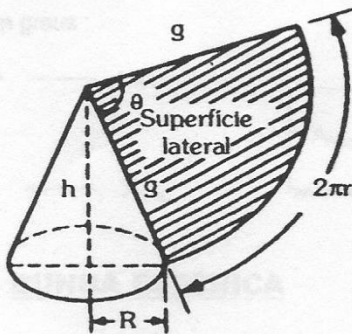
$$A_T = 6\pi R^2$$

Volume :

$$V = 2\pi R^3$$

### CONE DE REVOLUÇÃO

( ou cone circular reto )



Relação fundamental:

$$g^2 = H^2 + R^2$$

g : geratriz do cone

H : altura do cone

R : raio da base

Área da base :

$$A_B = \pi R^2$$

Área lateral :

$$A_L = \pi Rg$$

comprimento    área

$$2\pi g \text{ ————— } \pi g^2$$

$$2\pi R \text{ ————— } A_L$$

$$\Rightarrow A_L = \pi Rg$$

Área Total :

$$A_T = A_B + A_L$$

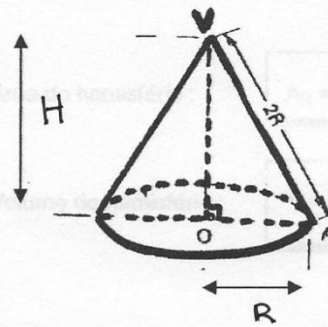
Volume :

$$V = \frac{A_B \cdot H}{3}$$

- Ângulo Central :

$$\theta = \frac{2\pi R}{g} \text{ rad}$$

### - CONE EQÜILÁTERO ( g = 2R )



Área da base :

$$A_B = \pi R^2$$

Área Lateral :

$$A_L = 2\pi R^2$$

Área Total :

$$A_T = 3\pi R^2$$

Volume :

$$V = \frac{\pi R^3 \sqrt{3}}{3}$$

$$g^2 = H^2 + R^2$$

$$(2R)^2 = H^2 + R^2$$

$$H^2 = 4R^2 - R^2$$

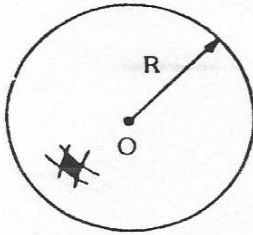
$$H^2 = 3R^2$$

$$H = \sqrt{3}R$$

\* ÂNGULO CENTRAL :  $\theta = \pi$  rad ( ou 180° )



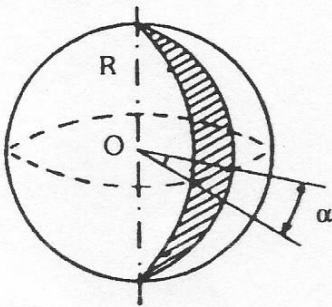
## ESFERA



Área da superfície esférica :  $A = 4\pi R^2$

Volume da Esfera :  $V = \frac{4\pi R^3}{3}$

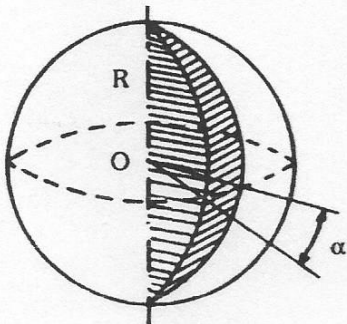
## I-FUSO ESFÉRICO



$\alpha$  em graus :

$360^\circ$  ———  $4\pi R^2$   
 $\alpha^\circ$  ———  $A_{\text{fuso}}$   $\Rightarrow A_{\text{fuso}} = \frac{\alpha\pi R^2}{90}$

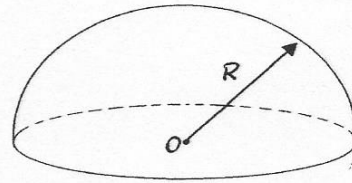
## II - CUNHA ESFÉRICA



$\alpha$  em radianos :

$2\pi \text{ rad}$  ———  $\frac{4\pi R^3}{3}$   
 $\alpha \text{ rad}$  ———  $V_{\text{cunha}}$   $\Rightarrow V_{\text{cunha}} = \frac{2\alpha R^3}{3}$

## III-HEMISFÉRIO



Área do hemisfério :  $A_H = 3\pi R^2$

Volume do hemisfério :  $V = \frac{2\pi R^3}{3}$