APOSTILA 06

MÓDULO 31 – MATEMÁTICA – SETOR 111

3ª SÉRIE

22/08/2023

SEQUÊNCIAS

Sequência é um conjunto de elementos onde a ordem é IMPORTANTE!!

EXEMPLOS :

a) (2,3,5,7,11) $\neq$ (3,2,5,11,7)

b) (1,5,9,13,17)

c) (2,4,8,16,32,......)

Representação Genérica

$(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots\ldots\ldots\ldots, a_9, a_{10}, \ldots\ldots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \ldots\ldots)$

ANTECESSOR DE a_n

SUCESSOR DE a_n

$$\underbrace{(a_1, a_2, a_3, a_4\, a, \ldots\ldots\ldots\ldots, a_9, a_{10}, \ldots\ldots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \ldots\ldots)}$$

$$(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$$

OBS :

$a_i \longrightarrow$ elemento

$i \longrightarrow$ índice (posição)

$$\underbrace{(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots\ldots\ldots\ldots, a_9, a_{10}, \ldots\ldots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \ldots\ldots)}_{(a_n)_{n\in\mathbb{N}}}$$

$$\boxed{a_n + 1 \neq a_{n+1}}$$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Definição

Uma sequência numérica a_n é progressão aritmética de razão r se, e somente se: $a_{n+1} = a_n + r$, para todo inteiro $n \geq 1$.

$$(a_1, \xrightarrow{+r} a_2, \xrightarrow{+r} a_3, \xrightarrow{+r} a_4, \xrightarrow{+r} a_5, \xrightarrow{+r} a_6, \xrightarrow{+r} a_7, \ldots \quad \ldots, a_{n-1}, \xleftarrow{-r} a_n, \xrightarrow{+r} a_{n+1}, \ldots)$$

CLASSIFICAÇÃO DAS PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

- (2, 4, 6, 8, 10, ___ , ...) ⟶ r =
- (-7, -3, 1, 5, 9, ___) ⟶ r =

- (90, 80, 70, 60, 50, ___, ...) ⟶ r =
- (2, -3, -8, -13, -18, ___) ⟶ r =

- (8, 8, 8, 8, 8, ___ , ...) ⟶ r =

CLASSIFICAÇÃO DAS PROGRESSÕES ARITMÉTICAS

- (2, 4, 6, 8, 10, 12 , ...) → r = 2
- (-7, -3, 1, 5, 9, 13) → r = 4

razão positiva
P.A. crescente

- (90, 80, 70, 60, 50, 40 , ...) → r = -10
- (2, -3, -8, -13, -18, -23) → r = -5

razão negativa
P.A. decrescente

- (8, 8, 8, 8, 8, 8 , ...) → r = 0

razão nula
P.A. constante

$$PA\,(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, \ldots)$$

$$\boxed{a_2 = a_1 + 1 \cdot r}$$

$$PA\,(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, \ldots)$$

$$\boxed{a_3 = a_1 + 2 \cdot r}$$

$$PA\,(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, \ldots)$$

$$\boxed{a_4 = a_1 + 3 \cdot r}$$

$$PA\,(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, \ldots)$$

$$\boxed{a_5 = a_1 + 4 \cdot r}$$

$$PA\,(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, \ldots)$$

$$\boxed{a_6 = a_1 + 5 \cdot r}$$

$$PA\,(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, \ldots)$$

$$\boxed{a_7 = a_1 + 6 \cdot r}$$

Termo Geral de uma P.A.

Fórmula do Termo Geral

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

enésimo termo

primeiro termo

posição do enésimo termo

razão da P.A.

OUTRA FÓRMULA

$$\boxed{a_n = a_p + (n - p).r}$$

PROPRIEDADES

TERMOS EQUIDISTANTES

28 + 52 = 80

4	12	20	28	36	44	52	60	68	76

76 + 4 = 80

TERMO CENTRAL

$$\frac{28+44}{2} = 36$$

4	12	20	28	36	44	52	60	68	76

$$\frac{60+76}{2} = 68$$

(a, b, c) => $b = \dfrac{a+c}{2}$

ou

$2\,b = a + c$

Termo Central

10	15	20	25	30	35	40	45	50

$$\frac{10+50}{2} = 30$$

REPRESENTAÇÃO CONVENIENTE

- PA com três termos:

$$(a - r,\ a,\ a + r) \rightarrow \text{razão: } r$$

- PA com quatro termos:

$$(a - 3r,\ a - r,\ a + r,\ a + 3r) \rightarrow \text{razão: } 2r$$

- PA com cinco termos:

$$(a - 2r,\ a - r,\ a,\ a + r,\ a + 2r) \rightarrow \text{razão: } r$$

SOMA DOS N TERMOS DE UM P.A.

$2 + 99 = 101$

$$(\overbrace{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \ldots\ldots 50, 51, \ldots\ldots 96, 97, 98, 99, 100}^{}$$

$1 + 100 = 101$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$S_{100} = (1 + 100).50 = 5050$

$$S_{100} = \frac{(1 + 100) \cdot 100}{2}$$

$$S_{100} = \frac{101 \cdot 100}{2}$$

$$S_{100} = \frac{10100}{2}$$

$$S_{100} = 5050$$

RESUMO

1. Definição

$$\boxed{a_n = a_{n-1} + r}$$

sendo $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$ e r a razão da PA.

2. Classificação

- $r > 0$: progressão aritmética crescente
- $r < 0$: progressão aritmética decrescente
- $r = 0$: progressão aritmética constante

3. Termo geral

$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)\cdot r}$, em que $n \in \mathbb{N}^*$ e r é a razão da PA.

4. Artifícios

- PA com três termos:

  $(a - r, a, a + r) \rightarrow$ razão: r

- PA com quatro termos:

  $(a - 3r, a - r, a + r, a + 3r) \rightarrow$ razão: $2r$

- PA com cinco termos:

  $(a - 2r, a - r, a, a + r, a + 2r) \rightarrow$ razão: r

5. Propriedade

(a, b, c) PA $\Rightarrow 2b = a + c$

1. Termos equidistantes dos extremos

Considere-se a PA: $(a_1, a_2, a_3, \dots a_p, \dots a_q, \dots a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$. Os termos a_p e a_q serão ditos equidistantes dos extremos se, e somente se, $p + q = 1 + n$.

A soma de dois termos equidistantes dos extremos é igual à soma desses extremos.

- $p + q = 1 + n \Rightarrow a_p + a_q = a_1 + a_n$

2. Soma dos n primeiros termos da PA

Seja S_n a notação que representa a soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética. Assim:

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}}$$